

Regulering av vannstand i en demning

TTK4105 Reguleringsteknikk – Øving 8, NTNU, Vår 2025

4 studenter med bakgrunn fra
Institutt for Maskinteknikk og Produksjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)
Trondheim, Norge, Mars 2025

Sammendrag—Følgende studie anvender grunnleggende prinsipper innenfor fagfeltet reguleringsteknikk for å få en akseptabel regulering av vannstanden til en dam. Dam-systemet designes som et førsteordens dynamisk system hvor regulatoren tunes med polplasseringsmetoden. I det modellerte systemet er en PI-regulator designet og implementert, og simuleringer viser at den gir tilfredsstillende kontroll over systemet med visse begrensninger. Studien viser også til at for å implementere en regulator i et tilsvarende, men mer realistisk system, kan funksjoner som adaptiv regulering og feedforward-kontroll utvikles.

I. INTRODUKSJON

Denne rapporten har som formål å finne en løsning på å regulere vannnivået i en dam. For å styre vannstanden i en dam effektivt, må reguleringen være presis for å håndtere endringer i tilsig og utløp.

I denne rapporten utvikles en PI-regulator for å oppnå stabil kontroll over vannstanden ved hjelp av lukket sløyfe-regulering. Systemet modelleres som et førsteordens dynamisk system, hvor regulatorens parametre tunes for å minimere steady-state-feil og sikre robust respons.

Simuleringer analyserer systemets ytelse under ulike driftsforhold, inkludert forstyrrelser og målestøy. Resultatene evalueres med hensyn til stabilitet og reguleringsnøyaktighet, og alternative forbedringer vurderes. Studien demonstrerer anvendelsen av reguleringsteknikk for praktisk nivåstyring i hydrodynamiske systemer.

II. REGULERINGSTEKNIKK: GRUNNLEGGENDE PRINSIPPER

For å sikre stabilitet og kontroll i tekniske systemer brukes regulatorer. De hjelper systemet med å holde seg nær ønsket tilstand selv ved forstyrrelser. Vanlige regulatorer inkluderer P-, PI- og PID-regulatorer, hver med ulike egenskaper.

En P-regulator gir et pådrag proporsjonalt med feilen mellom faktisk og ønsket verdi, men kan gi steady-state-feil og oscillasjoner [2]. PI-regulatoren legger til et integrasjonssledd som eliminerer steady-state-feil, men kan redusere responstiden hvis I-leddet dominerer [2]. En PID-regulator inkluderer også et derivatledd som demper oscillasjoner, men gjør regulatoren mer kompleks og krevende å tune [2].

Reguleringsteknikk deles i åpen og lukket sløyfe. Åpen sløyfe har ingen tilbakemelding og passer for systemer med lite forstyrrelser. Lukket sløyfe benytter feedback for å håndtere ukjente eller varierende forstyrrelser, og brukes derfor i de fleste moderne automatiseringssystemer.

III. SYSTEMMODELLERING

I denne seksjonen presenterer vi en forenklet modell av vannhøyden i en dam, der nivået endrer seg over tid på grunn av et kjent eller ukjent tilsig $Q_{in}(t)$ og et regulerbart utløp $Q_{out}(t)$. Den regulerede variabelen er vannhøyden $h(t)$, mens pådraget $u(t)$ bestemmer utstrømningen. Vi forutsetter at utløpsåpningen er konstant slik at systemet kan tilnærmes lineært innenfor relevante driftsområder.

For oversikt over de viktigste symbolene og enhetene, se Tabell 1:

Massebalanse: Volumet i dammen endres etter innløp minus utløp. Antar vi konstant tverrsnittsareal A , får vi

$$A \frac{dh(t)}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t).$$

Når $Q_{in} > Q_{out}$, stiger $h(t)$. Ellers synker den. Målet er ofte å holde vannhøyden nær en ønsket referanse for å unngå flom eller for lavt nivå.

Linearisering om h_0 : Modellen kan formaliseres som lineær ved å linearisere rundt et arbeidspunkt $(h_0, u_0, Q_{in,0})$. Vi starter med massebalansen:

$$A \cdot \frac{dh(t)}{dt} = Q_{in}(t) - k \cdot u(t) \quad (1)$$

I likevekt er $\frac{dh}{dt} = 0$, og vi får:

$$Q_{in,0} = k \cdot u_0 \quad (2)$$

Vi definerer små avvik fra likevekt:

$$\tilde{h}(t) = h(t) - h_0 \quad (3)$$

$$\tilde{u}(t) = u(t) - u_0 \quad (4)$$

$$\tilde{Q}_{in}(t) = Q_{in}(t) - Q_{in,0} \quad (5)$$

Setter vi dette inn og forenkler, får vi:

$$A \cdot \frac{d\tilde{h}(t)}{dt} = \tilde{Q}_{in}(t) - k \cdot \tilde{u}(t) \quad (6)$$

og den lineære modellen blir:

$$\boxed{\frac{d\tilde{h}(t)}{dt} = \frac{1}{A}\tilde{Q}_{in}(t) - \frac{k}{A}\tilde{u}(t)} \quad (7)$$

Antakelser og forenklinger:

- *Konstant tverrsnittsareal (A):* Større variasjoner i h neglisjeres, og vi modellerer dammen som en sylinder.
- *Fast utløpsåpning:* Vannføringen $Q_{out}(t)$ antas lineær i pådraget $u(t)$, typisk $Q_{out} = k u(t)$.
- *Ubetydelige tap:* Viskositet, turbulens og lekkasjer regnes små i forhold til hovedstrømmene inn og ut.
- *Ingen store tidsforsinkelser:* Ventilrespons og målinger antas raske sammenlignet med dammens dynamikk.

Denne enkle modellen beskriver dammen som et førsteordenssystem. Mer avansert modellering kan innarbeides om nødvendig (f.eks. varierende A eller tidsforsinkelser).

Forstyrrelser og målinger: Tilsiget $Q_{in}(t)$ kan variere uforutsigbart (nedbør, snøsmelting osv.). Når direkte måling av Q_{in} mangler, estimeres det ut fra endringer i $h(t)$ og $Q_{out}(t)$. Eventuelt kan man benytte flow-sensorer eller prognoser. En regulator med god nivåmåling $h(t)$ kan kompensere for varierende tilsig ved å justere $k u(t)$.

Styresignal og fremtidig regulatorutvikling: I en lukket sløyfe måles $h(t)$ kontinuerlig. Regulatoren sammenligner verdien med h_{ref} og justerer $u(t)$, som igjen styrer $Q_{out}(t) = k u(t)$. Slik kompenserer systemet for svingninger i innløpet. Mulige utvidelser kan inkludere antimetningslogikk eller feedforward fra estimert tilsig. Den lineære formen gjør det dessuten enkelt å bruke kjente regulatorstrategier (PI, PID) og analyser for stabilitet og dynamikk.

IV. METODE

I denne studien brukes en PI-regulator for å oppnå effektiv regulering av vannstanden i en dam ved hjelp av lukket-sløyfe kontroll. Regulatorens struktur og implementasjon bygger på en matematisk modell der vannhøyden beskrives av en lineær førsteordens dynamikk. Modellen er basert på massebalanse med antakelser som konstant tverrsnittsareal, lineær sammenheng mellom utløp og reguleringssignal, og ubetydelige energitap.

Regulatorens parametere, K_P og K_I , er bestemt ved bruk av polplassering. Denne metoden gir god kontroll over systemets dynamiske respons og unngår unødvendige oversvingninger som kunne oppstått med andre metoder, som Ziegler-Nichols. For å validere regulatorens ytelse og robusthet gjennomføres simuleringer i Simulink. Modellens respons evalueres med hensyn til stabilitet og evne til å korrigere steady-state feil.

I tillegg blir regulatorens evne til å håndtere både målestøy og forstyrrelser fra varierende tilsig analysert. Dette utføres ved å legge inn simulerte variasjoner i innløpet og tilfeldig generert støy på nivåmålingene. Responsen på disse forstyrrelsene studeres og brukes til å vurdere regulatorens praktiske anvendbarhet og behov for eventuelle forbedringer, slik som feedforward-kompensasjon eller adaptiv regulering.

V. REGULATORUTVIKLING

Utviklingen av en PI-regulator for styring av vannstanden i en dam er basert på systemmodellen i seksjon 4. Målet er å sikre en stabil og robust regulering av vannstanden $h(t)$, til tross for varierende tilsig $Q_{in}(t)$ og andre forstyrrelser.

A. Valg av regulator

Systemet har en førsteordens dynamikk, og en PI-regulator er godt egnet for å eliminere steady-state-feil i slike systemer. [2] PI-regulatoren er gitt ved:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt, \quad e(t) = h_{ref} - h(t)$$

hvor K_P justerer responsen proporsjonalt, mens K_I akkumulerer feilen over tid og fjerner steady-state-feil. En ren P-regulator ville etterlatt steady-state-feil, mens en PID-regulator kan forsterke støy [2], [3]. Systemet vårt påvirkes hovedsakelig av langsomme endringer i $Q_{in}(t)$, og krever derfor ikke rask respons, hvilket gjør PI-regulatoren optimal.

B. Implementering av lukket sløyfe

Vi implementerer en lukket-sløyfe-strategi hvor vannstanden $h(t)$ kontinuerlig måles og benyttes til å justere utløpsstrømmen $Q_{out}(t)$ via reguleringssignalet $u(t)$. Dette sikrer at systemet tilpasser seg gradvise variasjoner i tilsiget og holder vannstanden stabil [2].

$$h_{ref} \rightarrow e(t) = h_{ref} - h(t) \rightarrow \text{PI-regulator} \rightarrow u(t) \rightarrow Q_{out}(t) \rightarrow h(t)$$

C. Stabilitet og tuning av parametere

For å sikre stabilitet må K_P og K_I tunes korrekt. Vi vurderer tre metoder:

- **Ziegler-Nichols-metoden:** En eksperimentell metode som gir rask respons, men kan føre til store oversvingninger, noe som ikke er optimalt for stabilitet over tid.
- **Polplassering:** Gir presis kontroll over systemets dynamikk og er godt egnet for vårt system, da det gir ønsket stabilitet uten store oversvingninger [3].
- **Routh-Hurwitz-kriteriet:** Gir teoretisk stabilitet, men gir ikke nødvendigvis en optimal regulatorrespons.

Polplassering er valgt som metode, da den gir best kontroll over systemets respons uten ustabilitet.

D. Alternativer og videre forbedringer

Selv om en PI-regulator gir tilfredsstillende regulering, kan ytelsen forbedres med teknikker som:

- **Feedforward-kompensasjon:** Estimering av $Q_{in}(t)$ for å justere utløpet proaktivt.
- **Adaptiv regulering:** Dynamisk justering av K_P og K_I dersom dammens egenskaper endres over tid [3].
- **Tilstandsobservatører:** Forbedre modellering når tilsiget ikke kan måles direkte [2].

E. Oppsummering

Vi har utviklet en PI-regulator for vannstandsstyring, valgt polplassering for tuning og gjennomgått alternative metoder for videre forbedringer. Denne tilnærmingen gir en stabil og robust regulering, selv ved varierende tilsig.

VI. SIMULERING OG RESULTATER

Figur 2 i Appendix A viser modellen i Simulink som ble brukt i simuleringen, og Tabell 2 viser en oversikt over verdiene på parameterne som er brukt.

Figur 3 i appendikset viser simuleringen fra 0 til 1000 sekunder av den målte vannhøyden. Startverdien i integrator-blokken er satt til 5 slik at simuleringen starter med vannstand på 5 meter.

For å simulere oppførselen til modellen med en forstyrrelse v , ble blokken *Random Number* koblet til en sum-blokk med Q_{in} , slik at den nye verdien ble et tilfeldig tall mellom 0 og 1 som oppdateres hvert andre minutt. Resultatet vises i Figur 4 i appendikset.

Målestøy w ble simulert ved å bruke blokken *Band-Limited White Noise*, som ble koblet til en sum-blokk med $h(t)$, slik at den målte vannhøyden inkluderte hvit støy, typisk for elektronisk sensorstøy. Se Figur 5 i appendikset for resultat.

Reguleringsnøyaktigheten ble vurdert ved hjelp av ytelsesmetrikken IAE (Integral of the Absolute value of the Error), definert som

$$IAE(t) = \int_0^t |e(\tau)| d\tau$$

Denne ble implementert i Simulink ved å koble feilen $e(t)$ til en *Abs*-blokk og deretter til en integrator. Figur 6 i appendikset viser den resulterende IAE-verdien fra en simulering uten støy eller forstyrrelser.

VII. DISKUSJON

Denne delen diskuterer resultatene og de viktigste aspektene ved den utviklede systemmodellen og regulatoren for vannstandsstyring. Modellen bygger på antagelser om et konstant tverrsnittsareal A og en lineær sammenheng mellom pådraget $u(t)$ og utløpet $Q_{out}(t)$. Disse antagelsene gir et oversiktlig og matematisk håndterbart grunnlag, men innebærer samtidig en forenkling som kan begrense modellens presisjon og gyldighet i realistiske scenarier.

Et sentralt moment er behandlingen av tilsiget $Q_{in}(t)$ som en forstyrrelse. Praktisk sett vil tilsiget ofte variere betraktelig på grunn av faktorer som nedbør, snøsmelting og sesongvariasjoner. Disse variasjonene kan utfordre regulatorens kapasitet til å opprettholde vannstanden $h(t)$ nær ønsket referanseverdi h_{ref} . Simuleringene indikerer at PI-regulatoren effektivt kan håndtere moderate endringer, men ved større eller raskere variasjoner i tilsiget reduseres ytelsen betydelig. Dette tydeliggjør behovet for mer avanserte regulatorstrukturer, eksempelvis feedforward-kompensasjon eller adaptiv regulering, som kan gi en raskere og mer robust respons.

Videre utgjør støy i målesystemet en viktig utfordring. Selv om den implementerte PI-regulatoren viser robusthet mot moderate målefeil, vil høyfrekvent målestøy, typisk for sensorer i industrielle applikasjoner, kunne redusere systemets effektivitet og føre til uønskede oscillasjoner. Dette problemet er særlig fremtredende dersom en derivator-komponent innføres i regulatorstrukturen. For å minimere slike effekter bør passende lavpassfiltre eller andre støyfiltreringsteknikker vurderes, noe som vil sikre bedre stabilitet og ytelse.

Antagelser om ubetydelige tap og rask sensorrespons forenkler modellanalysen, men avviker fra realiteten i mange praktiske tilfeller. Faktorer som turbulens, varierende geometri og tidsforsinkelser knyttet til ventilstyring kan påvirke systemets dynamikk vesentlig. En utvidelse av modellen ved å inkludere slike faktorer, samt ikke-lineære forhold og variabelt tverrsnittsareal, vil derfor gi en mer nøyaktig beskrivelse av virkeligheten. Dette igjen muliggjør utvikling av mer sofistikerte reguleringsstrategier som kombinerer robuste tilbakemeldingssystemer med proaktive metoder som feedforward-styring eller adaptive parametere.

Samlet sett viser resultatene at en PI-regulator er godt egnet for regulering av dammens vannstand under relativt stabile og moderate forhold. For forbedret ytelse under mer krevende driftsforhold anbefales videre forskning på avanserte reguleringsmetoder samt mer nøyaktige og omfattende systemmodeller. Slike tiltak vil styrke regulatorens evne til å håndtere dynamiske utfordringer knyttet til varierende tilsig og måleusikkerhet, og dermed øke systemets generelle robusthet og pålitelighet.

VIII. KONKLUSJON

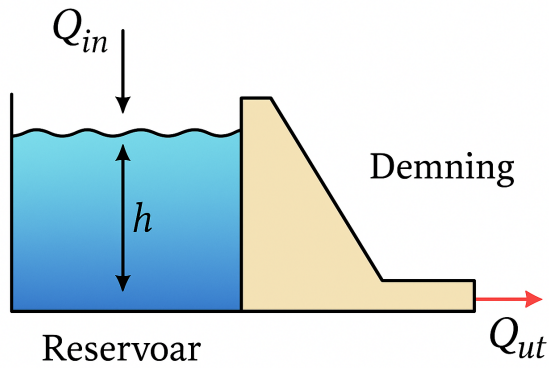
I denne studien er det utviklet og implementert en regulator av typen PI for å regulere vannivået i en dam. Dam-systemet er forenklet slik at det er forenklet til en førsteordens dynamisk modell. Resultat fra simuleringer viser til at PI-regulatoren håndterer forstyrrelser på et akseptabelt nivå og effektivt minimerer steady-state feil. Dette er derimot kun til en forenklet modell av en vanndam og effekten på en virkelig dam er usikker. For å videreutvikle regulatoren kan funksjoner som adaptiv regulering og feedforward-kontroll implementeres for å oppnå et mer robust system. Denne studien viser til hvordan elementære prinsipper i reguleringsteknikk kan anvendes for å styre kritisk infrastruktur.

REFERANSER

- [1] S. Skogestad and I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. John Wiley & Sons, 2005.
- [2] J. G. Balchen, T. Andresen, and B. A. Foss, *Reguleringsteknikk*. Institutt for teknisk kybernetikk, NTNU, 2016.
- [3] J. T. Gravdahl, *Kybernetikk Introduksjon: Innføring i dynamikk og reguleringsteknikk*. Institutt for teknisk kybernetikk, NTNU, 2020.

VEDLEGG

APPENDIKS A: UTFYLLENDE MATERIALE



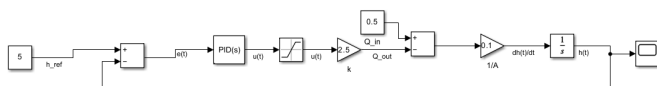
Figur 1. Oversikt over systemet som reguleres.

Symbol	Beskrivelse	Enhet
$h(t)$	Vannhøyden i dammen	m
A	Horisontalt tverrsnittsareal	m^2
$Q_{in}(t)$	Vannføring inn i dammen	m^3/s
$Q_{out}(t)$	Vannføring ut av dammen	m^3/s
$u(t)$	Pådragssignal (0–1)	-
$d(t)$	Ukjente variasjoner (forstyrrelser)	m^3/s

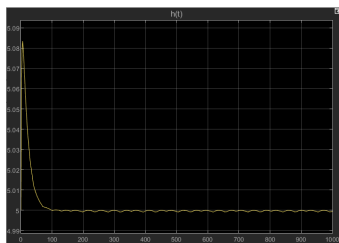
Tabell 1. Sentrale størrelser i systemmodellen for dammen.

Tabell 2. Verdier brukt i simuleringen.

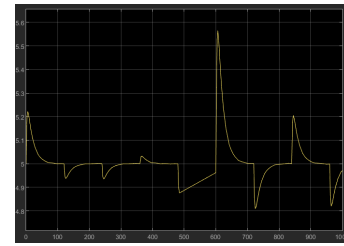
Parameter	Verdi	Enhet
A	10	m^2
k	2.5	-
K_p	-2	-
K_i	-0.1	-
h_{ref}	5	m
Q_{in}	0.5	m^3/s



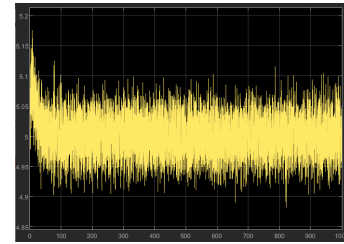
Figur 2. Modell i Simulink.



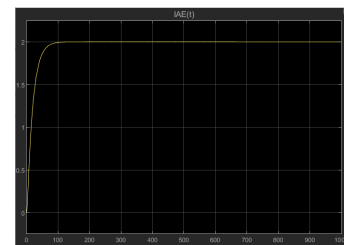
Figur 3. Simulering av vannhøyden.



Figur 4. Simulering av vannhøyden med forstyrrelse v .



Figur 5. Simulering av vannhøyden med målestøy w .



Figur 6. Simulert IAE.